SEGUNDA PROVA DE EDO-TURMA DA MATEMÁTICA-05/2004

DANIEL SMANIA

Questão 1. *(2.5pt) Encontre a solução geral do seguinte sistema:*

$$\begin{array}{rccc} x' = & 5x & -4y & \\ y' = & x & & +2z \\ z' = & & 2y & +5z \end{array}$$

Questão 2. *(2.5pt) Encontre a solução do seguinte PVI*

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Questão 3. *(2.5pt) Resolva o seguinte PVI*

$$\begin{cases} y''' + 12y'' + 36y' = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \\ y''(0) = -7 \end{cases}$$

Questão 4. *(2.5pt) Faça os seguintes itens:*

- *a.(0.5) Mostre que $y(t) = e^{2t}$ é uma solução particular da equação $y'' + 2y' - 3y = 5e^{2t}$.*
- *b.(2.0) Fazendo uso do item anterior, mostre que a solução geral da equação $y'' + 2y' - 3y = 5e^{2t}$ é da forma*

  $$e^{2t} + C_1 e^t + C_2 e^{-3t},$$

  onde C_1 e C_2 são constantes arbitrárias. (Sugestão: mostre que a diferença entre duas soluções desta equação é solução de uma certa eq. dif. linear homogênea de ordem dois)

Questão 5. *(2pt) Seja λ um número real qualquer. Prove que, se $y_1(t) := te^{\lambda t}$ e n é um número natural, então*

$$y_1^{(n)} = n\lambda^{n-1} e^{\lambda t} + \lambda^n t e^{\lambda t}.$$

(Sug: prove por indução em n). Fazendo uso deste resultado, mostre que, se $y_0(t) := e^{\lambda t}$ E $y_1(t) := te^{\lambda t}$ são soluções da equação diferencial homogênea

$$\sum_{n=0}^{k} a_n y^{(n)} = 0.$$

então $p(\lambda) = 0$ e $p'(\lambda) = 0$, onde p é o polinômio associado

$$p(\lambda) = \sum_{n=0}^{k} a_n \lambda^n.$$